



TITLE:

田舎と都市：人間の移動モデル (第4回生物数学の理論とその応用)

AUTHOR(S):

山村, 則男

CITATION:

山村, 則男. 田舎と都市：人間の移動モデル (第4回生物数学の理論とその応用). 数理解析研究所講究録 2008, 1597: 157-161

ISSUE DATE:

2008-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/81735>

RIGHT:

田舎と都市：人間の移動モデル

総合地球環境学研究所 山村 則男 (Norio Yamamura)
Research Institute for Humanity and Nature

[背景]

1. モンゴルでは、人口の増加は首都ウランバートルのみの増加で、それ以外の地域の総人口は、ほぼ一定である。
2. 牧民は、ウランバートルの近郊に集まる傾向があり、集中した地域の草地の劣化が進行している。

このような現象を解析するために、以下のような数理モデルを作成中である（予報）。

[モデルの構成]

図 1

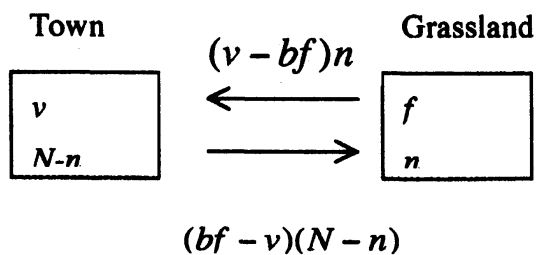


図 1

草地には n 人、都市には $N-n$ 人住む。人間の移動は広域で起きるが、比較的短時間のうちに起きると考えるので、モデルでは N は定数のパラメータと考え、人口の増減はパラメータの変化として扱う。つまり、空間スケールは広域で、時間スケールは短い。草地の利用可能な面積の割合が f で、劣化して利用できない部分の割合が $1-f$ である。 f は、利用可能な植物バイオマスの相対量とも考えることができる。 f の時間変化は、

$$\dot{f} = a(1-f)f - bnf \quad (1)$$

草地での人口の変化は、

$$\dot{n} = -(v - bf)n \quad (v > bf \text{ のとき}) \quad (2)$$

$$\dot{n} = (bf - v)(N - n) \quad (v < bf \text{ のとき})$$

つまり、都市の価値 v と草原の価値 bf を比べて、大きい方に移動するが、移動率が価値の差に比例しているとする。パラメータ v については後で内容を吟味する。

[結果]

上記のダイナミクスは、パラメータの関係によって、人間が草地のみに住む場合、都市のみに住む場合、両方に住む場合の定常解があり、それぞれが大域安定となる（証明は付録）。

$$(a) \ v < b(1 - \frac{Nb}{a}) \text{ のとき、 } n^* = N, f^* = 1 - \frac{Nb}{a} \text{ (草地のみ)}$$

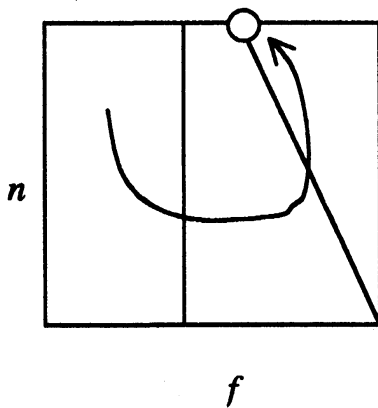


図 2

$$(b) \ b(1 - \frac{Nb}{a}) < v < b \text{ のとき、 } n^* = \frac{a}{b}(1 - \frac{b}{v}), f^* = \frac{v}{b} \text{ (両方)}$$

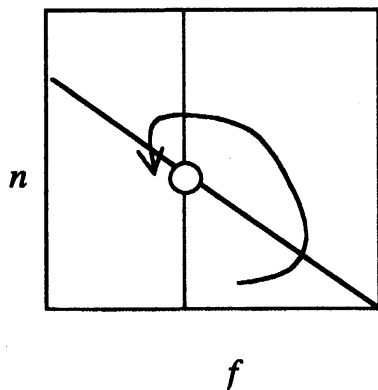


図 3

この場合、リヤプノフ関数が存在し、大域安定を証明できる。

(c) $v > b$ のとき、 $n^* = 0, f^* = 1$ (都市のみ)

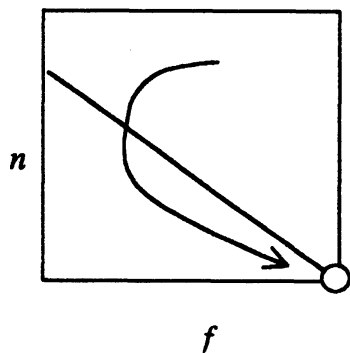


図 4

[パラメータ依存性]

(a) 都市の価値 (v)

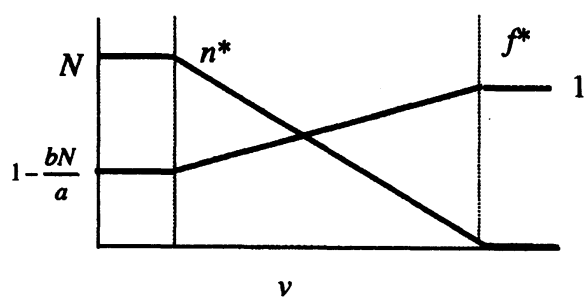


図 5

v が小さいときは都市が成立しないが、 v が大きくなるにつれて都市人口が増え、最終的には全人口が都市に集中する。

(b) 全人口 (N)

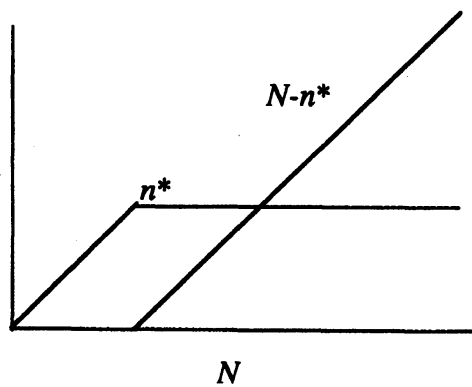


図 6

N が小さいときは、草原にのみ住み、都市ができると人口の増加はすべて都市に吸収される。

(c) v の内容の検討

都会の価値は、都会での期待所得 v_1 (=就職率×平均所得) と都会に住むことの利便性 v_c (教育、購買、金融、出稼ぎの拠点など) の和である。一方、草原での家畜から得られる商品生産高 bf から消費地の都市までの搬送費用 c を引いたものが所得となる。草原に住んでいても都市に近ければある程度都市の利便性を v_c' を享受できる。したがって、草原の価値は、 $bf-c+v_c'$ となるので、都市と草原の価値の差は、 $v_1+v_c-(bf-c+v_c')=(v_1+v_c-v_c'+c)-bf$ となるので、

$v = v_1+v_c-v_c'+c$ を草原に住む人にとっての都市の相対的価値とすれば、(2) 式はそのまま使える。このとき、都市から遠い草原ほど v_c' が小さく c が大きいので、都市に住むことの相対的価値 v は高くなる。図 5 を参照すると、都市から遠い草原ほど人口が少なくなり、利用できる草地が増えることになる。

[都市の価値のサイズ依存性]

都市のサイズと効用水準については、経済学で多くの議論がある (Henderson, 1988)。空間経済学 (藤田ほか, 2000) に紹介されているように、都市のサイズが小さいときには、外部経済性 (規模の経済性) が働きサイズが大きくなるにつれて効用が大きくなり、大きくなりすぎると、外部不経済性 (規模の不経済) が働き効用が小さくなっていく。サイズに対して効用が単調減少する場合のモデルを [付録 2] に示したが、この場合も平衡点はただ一つに決まり、大域安定となる。サイズに対して効用が増加から減少へと変わる場合には、都市のサイズの効用への Positive feedback のために、安定平衡点が 2 つ以上存在してカタストロフ現象が現れる可能性があるし、不安定平衡点の周りにリミットサイクルが現れる可能性もある。

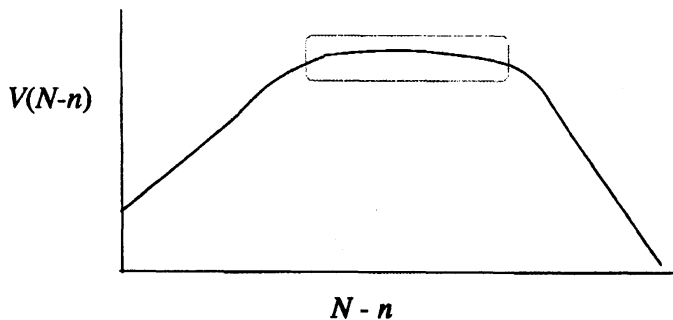


図 7

[モデルの拡張]

- (a) 価値が高い方へ移動するのであるが、その移動には移動コスト c がかかる場合には、平衡点は 1 次元安定集合となる。都会の価値が振動するとき、移動のコストが高いほど移動のタイミングが遅れ振幅も小さくなる。コストに対する分岐は Hopf ではないものが現れる。
- (b) 3 地点モデル。都市近郊草地 1 には n_1 人、遠隔地草地には n_2 人、都市には $N - n_1 - n_2$ 人住む。このとき、理想自由分布が達成され、都市近郊の方が人口が多くなる。全人口 N が増えたとき、草地の人口は一定で都市人口のみが増えるのは、2 地点モデルと同じである。
- (c) 一次元連続モデル。草原は、 $x \in (0, L)$ の一次元空間で、都市は $x = 0$ にあるとする。草原内の移動は近接地移動であるが、草原から都市への移動、およびその逆はジャンプ移動とする。都会の価値が周期的に変動する場合、移動コストがなければすべての地点で同期して振動が起こるが、移動コストがある場合は都市から遠い地点では移動が遅れ移動数が少なくなるので、都市から田舎に向かって減衰波が伝搬することが予想される。

(d) 移動に関して、より普通の定式化を行うと例えば、

$$\dot{n} = -d_{RC}n + d_{CR}(N - n)$$

$$d_{RC} = \frac{1}{1 + \exp[-(v - bf - c)]}, \quad d_{CR} = \frac{1}{1 + \exp[-(bf - v - c)]}$$

(A9)

となる。 v が一定、 $c = 0$ の場合には、この場合もリヤプノフ関数を作ることができて、都市と田舎の共存状態は大域的に安定であることが示せる。

しかし、理想自由分布は達成されない。